

大規模空間データに対する Linear Projection を用いた多重解像度近似

平野 敏弘

関東学院大学 経済学部

連絡先: <1hirano2@kanto-gakuin.ac.jp>

- (1) **動機:** 全球測位衛星システム (Global Navigation Satellite System, GNSS) などの発展により, センサーを通じて位置情報を伴う大規模な空間データが観測されている. しかし, 空間データに対して最尤法, クリギングといった統計解析手法を適用した場合, 計算過程で現れる共分散行列の逆行列に関する計算量は, サンプルサイズが n の場合, n の 3 乗のオーダーとなるため, n が大きい大規模空間データに対して計算コストは非常に大きくなる. この問題に対処するために, Linear Projection という手法が提案されている (Banerjee *et al.*, 2013). さらに, 近年, Linear Projection をコンパクトな台を持つ相関関数で補正した Modified Linear Projection (MLP) が提案され, シミュレーションや空間線量率の統計解析を通じて推定・予測精度の改善が確認された (Hirano, 2017). しかし, 図 1 の左にあるように真の共分散関数の原点付近での変化が緩慢な場合, MLP の近似精度は悪くなる傾向がある.
- (2) **方法:** Linear Projection の解像度を増加することで補正した Linear Projection による多重解像度近似 (M-RA-lp) というアルゴリズムを提案する. 解像度の観点から考えると, MLP の補正は解像度 0 において行われるのみだが, M-RA-lp はより高い解像度においても補正が行われている. また, M-RA-lp は **Katzfuss (2017)** で提案された多重解像度近似 (M-RA) の拡張と見なすこともできる. M-RA-lp によって, あるモデルにおける最尤推定量と予測分布の高速計算が可能となった.
- (3) **結果:** 図 1 から分かるように, M-RA-lp の真の共分散関数に対する近似精度は, 先行研究の MLP, M-

RA と比較して向上している様子が見て取れる. 実際, 共分散行列のプロベニウスノルムで評価した近似誤差は M-RA-lp が最小となった. また, シミュレーションを通じて最尤推定量と予測分布の性能評価を行った. 最尤推定量については, M-RA-lp は真の共分散関数を使用した場合の推定値に最も近い値を示しており, 先行研究と比較して計算時間の意味で最も効率よく計算されていることが確認された. 予測分布については, MSPE と CRPS を評価指標として先行研究と比較したところ, M-RA-lp が最も効率的に先行研究より高い予測精度を示していることが明らかになった. さらに, M-RA-lp は, M-RA のアルゴリズム中における逆行列を計算するステップの行列の条件数を大幅に低下させていることがシミュレーションを通じて示された. これは, M-RA-lp が M-RA と比較して数値的に安定であることを表している.

(4) **謝辞:** 本研究は JSPS 科研費 18K12755 の助成を受けたものである.

(5) **参考文献:**

- Banerjee, A., Dunson, D. B., Tokdar, S. T. (2013). Efficient Gaussian process regression for large datasets. *Biometrika*, **100**, 75–89.
- Hirano, T. (2017). Modified linear projection for large spatial datasets. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, **46**, 870–889.
- Katzfuss, M. (2017). A multi-resolution approximation for massive spatial datasets. *Journal of the American Statistical Association*, **112**, 201–214.

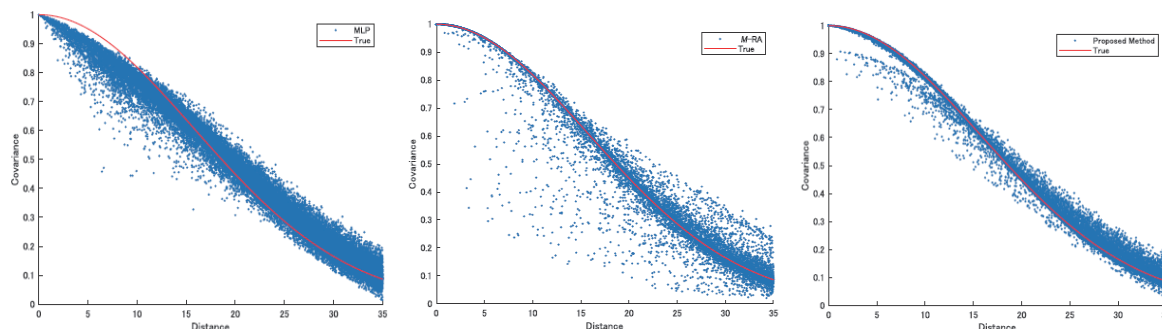


図 1: 真の共分散関数 (—) とその近似 (•). MLP (近似誤差: 10.49) (左), M-RA (近似誤差: 6.65) (中央), M-RA-lp (近似誤差: 5.37) (右).